

# Выбор оптимального фильтра в задаче управления траекторией БЛА \*<sup>†</sup>

Миллер А.Б.  
ИППИ РАН  
amiller@iitp.ru

Миллер Б.М.  
Monash University, Victoria, Australia и ИППИ РАН  
boris.miller@monash.edu

Степанян К.В.  
ИППИ РАН  
kvstepanyan@iitp.ru

Андреев К.В.  
ЗАО “Телум”  
andreev@telum.ru

Хорошеньких С.Н.  
ЗАО “Телум”  
horoshenkih@telum.ru

## Аннотация

В работе рассматривается задача определения координат неподвижных источников излучения по косвенным угловым наблюдениям. Эта задача является ключевой при построении траекторий беспилотных летательных аппаратов (БЛА), выполняющих автономные миссии при отсутствии активных измерений дальности до неподвижных источников на земной поверхности.

## 1. Введение

Полномасштабное выполнение миссий беспилотных летательных аппаратов (БЛА) включает несколько различных задач. Обнаружение, локализация и идентификация целей, а также сопровожде-

ние и целеуказание обычно выполняются с помощью пассивных средств наблюдения, такие как пассивные детекторы излучения (direction finders), оптические и инфракрасные камеры. Прямая локация целей активными средствами типа радиолокатора или лазерных дальномеров нежелательна, так как демаскирует БЛА. Активные средства наблюдения обычно используются уже на завершающем этапе миссии БЛА.

Отсутствие прямых измерений дальности до цели приводит к необходимости решения задачи определения ее координат на основе только угловых измерений, т.е. пеленгации или *bearing-only* по терминологии, принятой в западной литературе. Следующим этапом является привязка координат цели к карте местности, для чего необходимо точное определение положения самого БЛА и в целом реализация алгоритма SLAM (*simultaneous localization and mapping*), выполняемого в условиях автономной миссии одним или несколькими БЛА.

Задача локализации цели по пеленговым измерениям является первым этапом разработки алгоритма управления разведывательным БЛА, осуществляющим миссию пассивной разведки над районом

\*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-01-00406-а “Оптимальное управление марковскими цепями на сетях с учётом ограничений при неполной информации” и Australian Research Council Grant DP0988685

<sup>†</sup>Работа Миллера А. выполнена при поддержке Университета Монаш во время пребывания в качестве приглашённого исследователя в School of Mathematical Sciences, Monash University, Clayton, 3800, Victoria, Australia amiller@iitp.ru

сосредоточения радиоэлектронных станций (РЭС) и предполагаемых целей. Предварительно положение этих станций и режим их работы предполагаются неизвестными, поэтому планирование миссии должно происходить в реальном времени с учётом ограниченных полётных ресурсов БЛА и наблюдаемых им источников радиоизлучения, демонстрирующих активность РЭС. Целью миссии является наиболее точное по возможности определение координат РЭС, действующих в период выполнения миссии.

Впервые решение задачи определения координат неподвижных источников радиоизлучения с помощью угловых наблюдений с помощью методов математической статистики было представлено в 1947 году [1]. На сегодняшний день данная задача подробно исследована в отечественной и зарубежной литературе применительно к различным системам воздушного и морского базирования [2], [3], [4], [5]. Известен целый ряд алгоритмов, используемых для локализации целей по пеленгу. Наиболее распространённый алгоритм использует расширенный фильтр Калмана (*extended Kalman filter*) или даже набор таких фильтров, соответствующих различным диапазонам дальности [6]. Возможно использование Байесовского подхода [7], [8], метода Монте-Карло (*particle filter*) [9] и наиболее простого в реализации Калмановского фильтра, использующего метод псевдоизмерений (*pseudomeasurements*) [10]. Кроме того, используются различные системы координат: декартовы, или модифицированные полярные координаты [11].

Основные ограничения, связанные с применимостью перечисленных алгоритмов, вызваны нелинейностью или функции наблюдения (в случае декартовых координат), или же нелинейностью динамики системы (в случае использования модифицированных полярных координат). Эволюция во времени матрицы ковариаций ошибок наблюдения при сложной и нелинейной динамике БЛА может быть описана с помощью Unscented-преобразования [12].

## 2. Сравнение различных алгоритмов фильтрации пеленговых наблюдений

В данном разделе проводится сравнение нескольких рекурсивных алгоритмов получения оценок координат РЭС. В работе [13] проведено сравнение алгоритма псевдоизмерений с Байесовским фильтром, реализованным методом Монте-Карло. Как продемонстрировано в данной работе, точность определения координат РЭС с помощью Байесовского фильтра не хуже точности оценки, получаемой с помощью метода псевдоизмерений. Однако, вычислительная сложность алгоритма, в котором плотность распределения моделируется с

помощью системы взвешенных частиц, существенно выше любого из предложенных выше алгоритмов. Потому в дальнейшем Байесовский фильтр рассматриваться не будет.

Таким образом, в данной работе будет произведено сравнение расширенного фильтра Калмана в декартовых координатах, метода псевдоизмерений, а также фильтра Калмана в модифицированных полярных координатах, для которого динамика системы будет вычисляться с помощью Unscented-преобразования.

### 2.1. Модель наблюдений

Предполагается что на борту БЛА установлен пассивный детектор радиоизлучения, который позволяет периодически с периодом  $\Delta t$  определять направление (пеленг) на источник радиоизлучения, если он является активным в текущий данный момент времени  $t_k = k\Delta t \in [0, T]$ .  $\mathbf{X}_k = (X_k, Y_k)$  – точно известные координаты БЛА в момент времени  $t_k$ . Пусть  $(X^e, Y^e)$  – априорно неизвестные координаты источника радиоизлучения. Верхним индексом  $.^e$  будем обозначать координаты источника (emitter), обозначениям без верхнего индекса соответствуют координаты БЛА. Нижний индекс  $k$  будет обозначать момент времени  $k\Delta t$ . В дальнейшем будем предполагать, что источник активен и доступен для наблюдения всегда. В этом случае последовательность наблюдений  $\phi_k$  (углов между осью  $oX$  и направлением на источник излучения) определяется следующим соотношением:

$$\frac{Y^e - Y_k}{X^e - X_k} = \tan \phi_k + \varepsilon_k, \quad (1)$$

где можно предположить, что  $\varepsilon_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  – последовательность независимых гауссовых случайных величин с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ , определяемая ошибками измерения угла  $\phi$ .

### 2.2. Метод псевдоизмерений

Идея метода псевдоизмерений основана на другом представлении получаемых данных, при котором связь между измеренным сигналом и оцениваемыми параметрами является линейной. Этот фильтр обладает наименьшей сложностью реализации среди выше перечисленных, но вносит нежелательные искажения, которые характеризуются смещением оценки [10]. Перепишем формулу 1 в следующем виде, считая угол  $\phi_k$  и координаты БЛА наблюдаемыми величинами

$$\begin{aligned} (Y^e - Y_k) \cos \phi_k - (X^e - X_k) \sin \phi_k = \\ = \varepsilon_k (X^e - X_k) \cos \phi_k = \tilde{\varepsilon}_k. \end{aligned} \quad (2)$$

Для вывода уравнений фильтрации выделим в уравнении (2) наблюдаемые и ненаблюдаемые величины, положим

$$Z_k = X_k \sin \phi_k - Y_k \cos \phi_k \quad (3)$$

тогда модель наблюдений имеет следующий вид:

$$Z_k = X^e \sin \phi_k - Y^e \cos \phi_k + \varepsilon_k (X^e - X_k) \cos \phi_k \quad (4)$$

Уравнение (4) линейно по ненаблюдаемым параметрам. В предположении о независимости ошибок измерения угла и точно известном положении БЛА,  $\varepsilon_k$ , имеет нулевое среднее  $E(\varepsilon_k) = 0$ , и матрицу ковариаций, зависящую от текущих оценок положения РЭС  $(\hat{X}_k^e, \hat{Y}_k^e)$  в момент времени  $k\Delta t$ . Оценка ковариации  $\hat{P}_k$  в момент времени  $k\Delta t$  имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{P}_k &= E[(X^e - \hat{X}_k^e, Y^e - \hat{Y}_k^e)^T (X^e - \hat{X}_k^e, Y^e - \hat{Y}_k^e)] = \\ &= \begin{bmatrix} \hat{P}_k^{xx} & \hat{P}_k^{xy} \\ \hat{P}_k^{xy} & \hat{P}_k^{yy} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Неизвестные координаты источника излучения удовлетворяют системе линейных уравнений со случайной правой частью, которая может быть решена с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов (фильтрации), который позволяет производить пересчёт неизвестных при поступлении новой информации и кроме того, дает значение среднеквадратической ошибки определения неизвестных  $(X_i, Y_i)$  [14], Гл. 14, § 5. Для решения этой задачи мы полагаем, что в модели измерений нам доступны величины

$$z_k = (Y^e - Y_k) \cos \phi_k - (X^e - X_k) \sin \phi_k + \tilde{\varepsilon}_k,$$

которые, при подстановке в уравнения фильтрации предполагаются нулевыми.

Далее используется фильтр Калмана, который является оптимальным с точки зрения минимума среднеквадратической ошибки в классе линейных фильтров. Для использования уравнений фильтрации необходимы величины

$$\hat{z}_k = (\hat{Y}_k^e - Y_k) \cos \phi_k - (\hat{X}_k^e - X_k) \sin \phi_k,$$

$$\Gamma_k^{zx} = E[(z_k - \hat{z}_k) \cdot (X^e - \hat{X}_k^e)] = \hat{P}_k^{xy} \cos \phi_k - \hat{P}_k^{xx} \sin \phi_k,$$

$$\Gamma_k^{zy} = E[(z_k - \hat{z}_k) \cdot (Y^e - \hat{Y}_k^e)] = \hat{P}_k^{yy} \cos \phi_k - \hat{P}_k^{xy} \sin \phi_k,$$

$$\Gamma_k^{zz} = E(z_k - \hat{z}_k)^2 =$$

$$= E[(Y^e - \hat{Y}_k^e) \cos \phi_k - (X^e - \hat{X}_k^e) \sin \phi_k + \varepsilon_k (X^e - X_k) \sin \phi_k]^2.$$

Принимая во внимание равенство

$$X^e - X_k = X^e - \hat{X}_k^e + \hat{X}_k^e - X_k,$$

получаем:

$$\begin{aligned} \Gamma_k^{zz} &= \hat{P}_k^{xx} \sin^2 \phi_k + \hat{P}_k^{yy} \cos^2 \phi_k - 2\hat{P}_k^{xy} \sin \phi_k \cos \phi_k + \\ &+ \sigma^2 [\hat{P}_k^{xx} + (\hat{X}_k^e - X_k)^2] \sin^2 \phi_k. \end{aligned}$$

В матричном виде эти формулы имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_k^{zx} \\ \Gamma_k^{zy} \end{pmatrix} = \hat{P}_k \begin{pmatrix} -\sin \phi_k \\ \cos \phi_k \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_k^{zz} &= \begin{pmatrix} -\sin \phi_k \\ \cos \phi_k \end{pmatrix}^T \hat{P}_k \begin{pmatrix} -\sin \phi_k \\ \cos \phi_k \end{pmatrix} + \\ &+ \sigma^2 [\hat{P}_k^{xx} + (\hat{X}_k^e - X_k)^2] \sin^2 \phi_k \end{aligned} \quad (6)$$

Далее, используя формулу для наилучшей линейной оценки координат  $(X^e, Y^e)$  на основе предыдущих оценок  $(\hat{X}_k^e, \hat{Y}_k^e)$  их матрицы ковариаций  $\hat{P}_k$ , наблюдений угла пеленга  $(\sin \phi_k, \cos \phi_k)$  и координат подвижного наблюдателя  $(X_k, Y_k)$  с подстановкой фиктивного измерения  $z_k = 0$ , получаем следующие формулы для пересчёта оценок:

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_k^e \\ \tilde{Y}_k^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{X}_k^e \\ \hat{Y}_k^e \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Gamma_k^{zx} \\ \Gamma_k^{zy} \end{pmatrix} (\Gamma_k^{zz})^{-1} \hat{z}_k \quad (7)$$

$$\tilde{P}_k = \hat{P}_k + (\Gamma_k^{zz})^{-1} \hat{P}_k \begin{pmatrix} -\sin^2 \phi_k & \sin \phi_k \cos \phi_k \\ \sin \phi_k \cos \phi_k & -\cos^2 \phi_k \end{pmatrix} \hat{P}_k \quad (8)$$

Величины, полученные по формулам (7), (8), являются несмещёнными и дают "наилучшие" линейные оценки, они сохраняются постоянными до следующего измерения пеленга в момент времени  $k+1$  и в этот момент производится пересчёт по приведённым выше формулам с учётом соотношений:

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_{k+1|k} \\ \hat{Y}_{k+1|k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_{k+1|k} \\ \tilde{Y}_{k+1|k} \end{pmatrix}, \quad \hat{P}_{k+1|k} = \tilde{P}_{k|k},$$

и новых измерений  $(X_{k+1}, Y_{k+1})$  и  $(\sin \phi_{k+1}, \cos \phi_{k+1})$ .

### 2.3. Использование модифицированных полярных координат

При использовании расширенного фильтра Калмана в декартовых координатах для получения оценки координат неподвижного источника радиоизлучения используется функция наблюдения 2, которая не является линейной. Для того, чтобы функция наблюдений стала линейной, можно получать оценку координат РЭС в *модифицированных полярных*

координатах [11]. При использовании модифицированных полярных координат состояние неподвижного источника описывается  $(\frac{1}{r}, \beta)$ , где  $r$  – относительное расстояние между БЛА и РЭС, а  $\beta$  – угол между осью  $oX$  и направлением на РЭС. Начало координат в данном случае находится в точке расположения БЛА, ось  $oX$  направлена на восток, а ось  $oY$  – на север. В силу того, что новое состояние источника описывается в координатной системе, связанной с БЛА, источник становится подвижным. Несмотря на то, что модель наблюдений становится линейной, источник перестает быть неподвижным, а уравнения динамики РЭС при этом нелинейны.

Основная сложность при нелинейной динамике системы состоит в осуществлении нелинейных преобразований над матрицей ковариации оценки координат РЭС. Линеаризация (разложение функции преобразования по формуле Тейлора и замена нелинейной функции ее линейным приближением) такого преобразования является наиболее распространённым решением, аналогичным с линеаризацией функции наблюдений при использовании расширенного фильтра Калмана в декартовых координатах. Однако, существует более простой и эффективный способ, реализуемый с помощью Unscented-преобразования [15].

## 2.4. Unscented-преобразование

Идея Unscented-преобразования [12] состоит в синтезе идей фильтрации и статистического моделирования. Так динамика нелинейной стохастической системы заменяется динамикой набора сигма-точек, по которым с помощью метода Монте-Карло вычисляются оценки среднего и матрицы ковариаций. При данном подходе специальным методом выбирается набор  $\sigma$ -точек в фазовом пространстве, характеризующий достаточно точно математическое ожидание, дисперсию и другие статистические характеристики системы.  $2 \times N_x + 1$   $\sigma$ -точек выбираются следующим образом:

$$x_k^0 = \hat{x}_k, \quad W_0 = \frac{1}{N_x},$$

$$x_k^{\{i, N_x+i\}} = \hat{x}_k \pm \sqrt{\frac{N_x}{1-W_0}} (S_k)_i, \quad W_i = \frac{1}{2N_x}, \quad i \in \{1, \dots, N_x\}$$

где  $N_x$  – размерность искомого фазового вектора,  $W_i$  – вес  $i$ -й  $\sigma$ -точки,  $\hat{x}$  – оценка параметра, а  $(S_k)_i$  –  $i$ -й столбец матричного квадратного корня от матрицы ковариаций  $\hat{P}_k = S_k S_k^T$ .

Алгоритм Unscented-преобразования может быть представлен в следующем виде:

1. Определяются статистические параметры фазового вектора, по ним вычисляется набор  $\sigma$ -точек. Согласно [12], данная схема выбора точек не является единственно возможной.

2. Полученные  $\sigma$  точки пропускаются через исходную нелинейную модель динамического процесса:

$$x_{k+1}^{\{i\}} = f \left[ x_k^{\{i\}} \right]$$

3. Вычисляется прогноз математического ожидания состояния цели и ковариации этого состояния:

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2 \times N_x} W_i x_{k+1}^i,$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2 \times N_x} W_i (x_{k+1}^i - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1}^i - \hat{x}_{k+1|k})^T.$$

4. Точки, полученные на втором шаге, пропускаются через модель наблюдения:

$$z_{k+1}^{\{i\}} = g \left[ x_{k+1}^{\{i\}} \right].$$

5. Вычисляется прогноз математического ожидания наблюдения и матрицы ковариации наблюдения:

$$z_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2 \times N_x} W_i z_{k+1}^i,$$

$$\hat{S}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2 \times N_x} W_i (z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})(z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})^T.$$

6. Определяется матрица кросс-ковариации между состоянием и наблюдением:

$$\hat{K}_{k+1|k}^{xz} = \sum_{i=0}^{2 \times N_x} W_i (x_{k+1}^i - \hat{x}_{k+1|k})(z_{k+1}^i - \hat{z}_{k+1|k})^T.$$

7. Обновление оценок в соответствии с новыми измерениями осуществляется при помощи стандартных выражений фильтра Калмана:

$$x_{k+1|k+1} = x_{k+1|k} + W_{k+1} v_{k+1},$$

$$P_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - W_{k+1} \hat{S}_{k+1} W_{k+1}^T, \quad \text{где:}$$

$$v_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k},$$

$$W_n = \hat{K}_{k+1}^{xz} \hat{S}_{k+1}^{-1}.$$

Важно отметить, что при Unscented-преобразовании можно использовать традиционные полярные координаты: в сложных уравнениях нелинейной динамики более нет необходимости, можно пользоваться простыми соотношениями для описания эволюции точек. Такой подход позволяет упростить расчёт оценки матрицы ковариации в декартовых координатах. В дальнейших примерах использовались координаты  $(\beta, r)$  вместо  $(\beta, \frac{1}{r})$

### 3. Сценарий моделирования

В данном разделе с помощью моделирования методом Монте-Карло проводится сравнение точности получаемых оценок координат РЭС для каждого из перечисленных алгоритмов в различных условиях работы. Варьируемым параметром в эксперименте является время между последовательными наблюдениями. В эксперименте выбрано три значения: 0,1, 1,0 и 3,0 секунды. В рассмотренном сценарии БЛА выполняет полет вдоль окружности радиуса 30 км с центром в точке расположения РЭС со скоростью 200 метров в секунду. Такая траектория полёта соответствует оптимальной траектории полёта при ограничении на минимальное расстояние до РЭС в 30 км [16].

Начальная оценка координат выбиралась из двумерного нормального распределения со средним в начале координат и дисперсией.  $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & 0 \\ 0 & \sigma_0^2 \end{pmatrix}$ , где  $\sigma_0 = 15$  км. Результаты представлены на основании 2000 независимых реплик модели.

### 4. Результаты моделирования

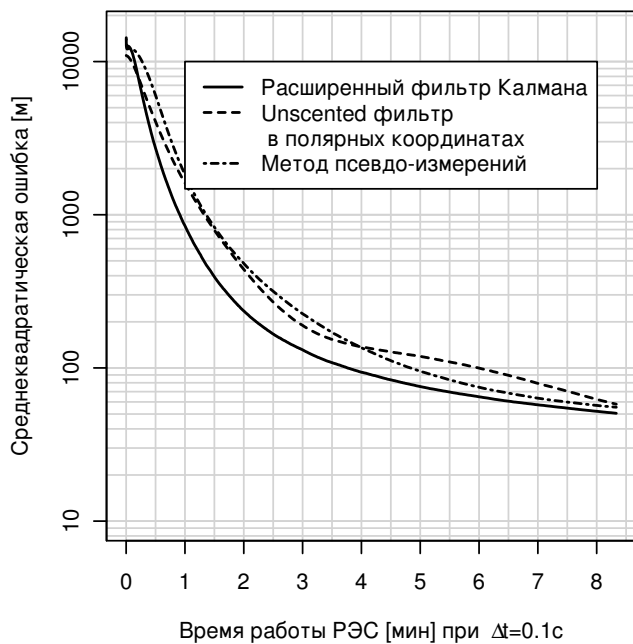


Рис. 1. Результаты моделирования при  $\Delta t = 0.1с$ .

Зависимость среднеквадратичной ошибки определения координат РЭС от времени представлена на рисунках 1, 2, 3 для различного периода получения наблюдений  $\Delta t$  0,1, 1 и 3 секунды соответственно. В случае, когда измерения поступают достаточно часто, т.е. когда функция наблюдения успевает измениться незначительно, расширенный фильтр Калмана

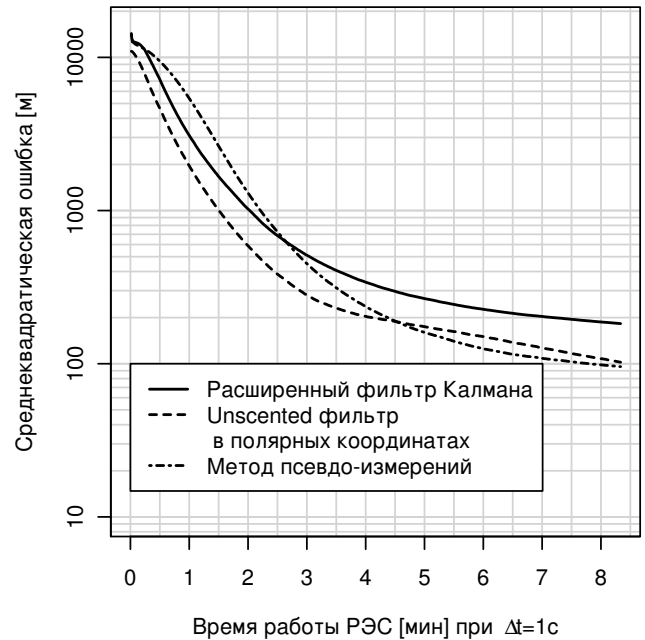


Рис. 2. Результаты моделирования при  $\Delta t = 1с$ .

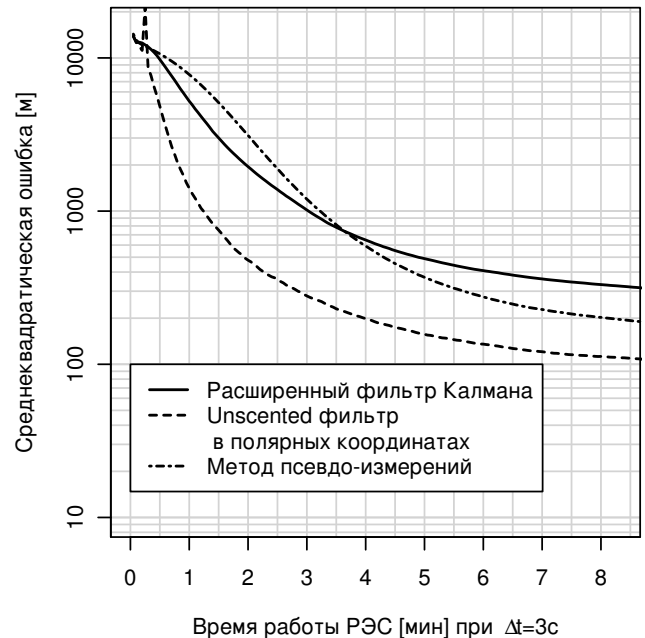


Рис. 3. Результаты моделирования при  $\Delta t = 3с$ .

на дает лучший результат при определении координат РЭС. В случае же, когда измерения поступают редко (раз в три секунды), фильтр, использующий Unscented-преобразование и модифицированные полярные координаты, дает существенный выигрыш (более чем в два раза) по сравнению с расширенным фильтром Калмана.

Таким образом, при небольшом интервале меж-

ду двумя последовательными наблюдениями и при условии, что БЛА находится на большом расстоянии от РЭС, наиболее предпочтителен расширенный фильтр Калмана, который используется в дальнейшем. В следующем разделе представлены свойства матрицы ковариации оценки координат РЭС, получаемой с помощью расширенного фильтра Калмана. Если же наблюдения осуществляются редко, или БЛА находится на небольшом расстоянии от РЭС, целесообразно использовать метод получения оценок с помощью фильтра Калмана в модифицированных полярных координатах.

Стоит отметить, что метод псевдоизмерений демонстрирует удовлетворительные результаты. Учитывая тот факт, что для данного фильтра требуется меньший вычислительный ресурс по сравнению с расширенным фильтром Калмана и тем более по сравнению с Unscented-фильтром. Для получения оценок координат именно метод псевдоизмерений является наиболее предпочтительным при решении задачи планирования траектории полёта БЛА.

#### 4.1. Дисперсия оценки координат РЭС

Одна из задач БЛА состоит в определении координаты РЭС с заданной точностью, после чего БЛА покидает область разведки. Таким образом, необходима линейная мера точности получаемых оценок координат. В данном разделе представлен анализ линейных мер неопределённости оценок координат. Для расширенного фильтра Калмана рассмотрена длина большой полуоси эллипса ковариации, для Unscented фильтра – ковариация расстояния до РЭС ( $\sigma_{rr}$ ).

В таблице 1 представлены вероятности того, что расстояние между оценкой координат и истинным положением РЭС будет меньше длины большей полуоси соответствующей доверительной области для декартовых координат и вероятности того, что расстояние между оценкой координат РЭС будет меньше неопределённости расстояния до РЭС для полярных координат. В качестве примера на рисунке 4 изображена выборка полученных оценок координат РЭС, а также 1-3- $\sigma$  доверительные области, полученные с помощью средней по выборке матрицы ковариации. Результаты получены в результате 2000 независимых реплик моделирования с помощью метода Монте-Карло.

Таким образом, использование оценки размера большей полуоси эллипса ковариации (или ковариация расстояния в полярных координатах) в качестве меры точности определения координат может служить критерием прекращения процедуры радиомониторинга.

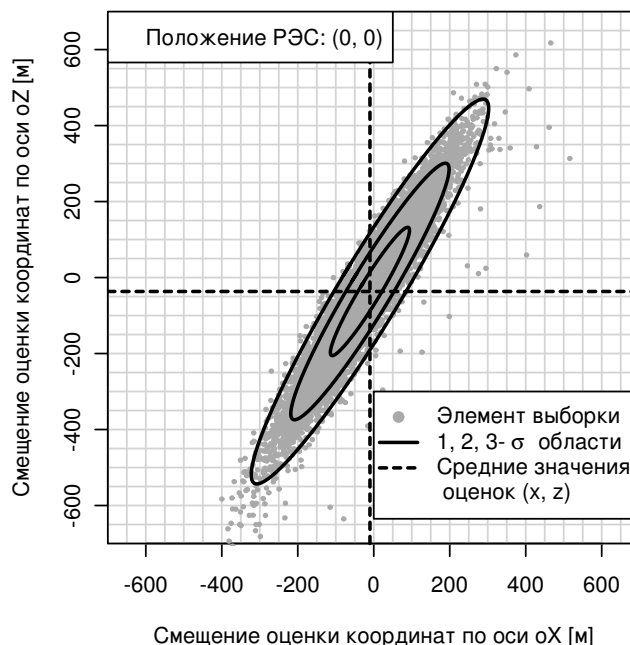


Рис. 4. Выборка значений оценок координат РЭС после 120 секунд работы РЭС при 10 наблюдениях в секунду

	Время работы РЭС			
	20	60	100	180
Декартовы координаты ЕКФ				
$P(rms < 1 \times \sqrt{\lambda_{max}})$	58%	62%	62%	57%
$P(rms < 2 \times \sqrt{\lambda_{max}})$	86%	91%	90%	91%
$P(rms < 3 \times \sqrt{\lambda_{max}})$	94%	96%	96%	96%
Полярные координаты УКФ				
$P(rms < 1 \times \sigma_r)$	63%	64%	61%	50%
$P(rms < 2 \times \sigma_r)$	91%	92%	92%	86%
$P(rms < 3 \times \sigma_r)$	98%	99%	98%	98%

Таблица 1. Вероятности соответствия линейным мерам неопределённости оценок, частота пеленгации 10 Гц.

#### 5. Некоторые перспективные направления дальнейших работ

Необходимо отметить, что для получения оценок координат РЭС, на основе лишь пеленговой информации БЛА должен совершать облёт источников радиоизлучения для создания триангуляционной базы, которая позволяет в итоге определить и неизвестную дальность до цели. Возможно однако, использование соединения из нескольких БЛА, расстояние между которыми и создает необходимую базу. При этом возникают новые проблемы, связанные с синхронизацией измерений и ассоциацией источников излучения. Кроме того, можно предположить, что в усло-

виях выполнения разведывательных миссий радиобмен между участниками соединения БЛА может быть ограничен. Это задачи, в которых необходимо оценивать состояние линий связи между отдельными БЛА, для решения которых целесообразно использовать методы управления потоками данных в системах, описываемых скрытыми марковскими моделями [17]. В западной литературе общий класс задач, относящихся к позиционированию БЛА и привязке координат целей к карте местности называется SLAM (simultaneous localization and mapping). Предложено много подходов, связанных с одновременным использованием локационной, визуальной и ИК информации, одним или несколькими аппаратами [18], [19], [20]. Одним из наиболее перспективных представляется подход, основанный на планировании траектории БЛА по результатам пеленговых измерений при наблюдении одной или нескольких целей, случайно появляющихся и исчезающих из поля зрения пассивной системы наблюдения. При наблюдении нескольких целей необходимо строить набор ковариационных матриц и принимать решение о перенацеливании БЛА с наблюдения одного объекта на другой на основе сравнения текущих значений этих матриц, зависящих от наблюдений. Эта задача является существенным расширением известной задачи управления траекторией и наблюдениями. Авторы предполагают продолжить работу в этом направлении.

## Список литературы

- [1] R.G. Stansfield. Statistical theory of d.f. fixing. *Electrical Engineers - Part IIIA: Radiocommunication, Journal of the Institution of*, 94(15):762–770, march-april 1947.
- [2] P. T. Liu. An optimum approach in target tracking with bearing measurements. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 56:205–214, 1988. 10.1007/BF00939407.
- [3] S.C. Nardone and V.J. Aidala. Observability criteria for bearings-only target motion analysis. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, AES-17(2):162–166, 1981.
- [4] Eugene Ya. Rubinovich. Trajectory control over bearings-only observations in one  $r$ -encounter problem. *Proceedings of IFAC NOLCOS 2001, St.-Petersburg*, 2001.
- [5] Darko Mušicki. Brief paper: Bearings only single-sensor target tracking using gaussian mixtures. *Automatica*, 45(9):2088–2092, September 2009.
- [6] N. Peach. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended kalman filters. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, 142(1):73–80, 1995.
- [7] Adrian N. Bishop, Bars Fidan, Brian D. O. Anderson, Kutluy Dogancay, and Pubudu N. Pathirana. Optimality analysis of sensor-target localization geometries. *Automatica*, 46(3):479–492, March 2010.
- [8] Y. Ho and R. Lee. A bayesian approach to problems in stochastic estimation and control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 9(4):333–339, oct 1964.
- [9] M.S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 50(2):174–188, feb 2002.
- [10] V.J. Aidala and S.C. Nardone. Biased estimation properties of the pseudolinear tracking filter. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, AES-18(4):432–441, july 1982.
- [11] V. Aidala and S. Hammel. Utilization of modified polar coordinates for bearings-only tracking. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 28(3):283–294, mar 1983.
- [12] S.J. Julier and J.K. Uhlman. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422, 2004.
- [13] X. Lin, T. Kirubarajan, Y. Bar-Shalom, Simon Maskell, and C. Qinetiq. Comparison of ekf, pseudomeasurement and particle filters for a bearing-only target tracking problem, 2003.
- [14] А. Н. Ширяев Р. Ш. Липцер. *Статистика случайных процессов*. Наука, М., 1974.
- [15] E.A. Wan and R. van der Merwe. The unscented kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pages 153–158, 2000.
- [16] S.E. Hammel, P.T. Liu, E.J. Hilliard, and K.F. Gong. Optimal observer motion for localization with bearing measurements. *Computers & Mathematics with Applications*, 18:171–180, 1989.
- [17] Б.М. Миллер, К. Е Авраченко, К.В. Степанян, and Г.Б. Миллер. Задача оптимального стохастического управления потоком данных по неполной информации. *Проблемы передачи информации*, 41(2):150–170, 2005.
- [18] A. Nemra and N. Aouf. Robust cooperative uav visual slam. In *Cybernetic Intelligent Systems (CIS), 2010 IEEE 9th International Conference on*, pages 1–6, 2010.
- [19] C. Jauffret, D. Pillon, and A.-C. Pignol. Leg-by-leg bearings-only tma without observer maneuver. In *Information Fusion, 2009. FUSION '09. 12th International Conference on*, pages 2036–2043, 2009.
- [20] S. Tully, Hyungpil Moon, G. Kantor, and H. Choset. Iterated filters for bearing-only slam. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, pages 1442–1448, 2008.